**1.1** Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = 4 - (4+x)u, \quad x, u \in I\!R^1, \quad 0 \le t \le T = 2(\ln 5 - \ln 2), \\ x(0) = 3, \\ u \in [0,1], \\ J = \int\limits_0^T \left(\dfrac{x}{1+x}\right) u\, dt \longrightarrow \max\limits_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить

$$e^A,$$

где

$$A = \frac{22}{9}\ln 3 - \frac{13}{9}\ln 5 - J_{op},$$

$J_{op}$ — оптимальное значение функционала.

**1.2** Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = 9 - (9+x)u, \quad x, u \in I\!R^1, \quad 0 \le t \le T = 2(\ln 7 - \ln 3), \\ x(0) = 4, \\ u \in [0,1], \\ J = \int\limits_0^T \left(\dfrac{x}{1+x}\right) u\, dt \longrightarrow \max\limits_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$49 \cdot \int\limits_\theta^T x_{op}(t)\, dt,$$

где $x_{op}(t)$ — оптимальная траектория, $\theta$ — момент схода с особого режима.

**2.1.** Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{u}{3+u/2} - \dfrac{x-2}{2}; \quad x, u \in I\!R^1, \\ x(0) = 2, \quad x(T) = 4, \\ u \in [0,12], \\ J = \int\limits_0^T u(t)\, dt \longrightarrow \min\limits_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить

$$e^A,$$

где

$$A = \frac{1}{12}\left(48 - \int\limits_0^\theta u_{op}(t)\, dt\right),$$

$u_{op}(\cdot)$ — оптимальное управление, $\theta$ — момент выхода на верхнюю границу области управления.

**2.2.** Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{u}{3+u/2} - \dfrac{x-2}{2}; \quad x, u \in I\!R^1, \\ x(0) = 2, \quad x(T) = 4, \\ u \in [0, 12], \\ J = \displaystyle\int_0^T u(t)\,dt \longrightarrow \min_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$J_{op} + 48 \ln \frac{3}{2},$$

где $J_{op}$ — оптимальное значение функционала.

**2.3.** Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = 2\dfrac{u}{1+u/4} - 2x; \quad x, u \in I\!R^1, \\ x(0) = 0, \quad x(T) = 1, \\ u \in [0, 4], \\ J = \displaystyle\int_0^T u(t)\,dt \longrightarrow \min_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$19 \cdot \left(u_{op}(T_{op}) + 3 \cdot T_{op} - 3 \ln 2\right),$$

где $u_{op}(\cdot)$ — оптимальное управление.

**3.1.** Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - 6u, \quad x, u \in I\!R^1, \quad 0 \le t \le T = \dfrac{1}{4}\ln(3+\sqrt{10}), \\ x(0) = 0, \quad x(T) = 3, \\ L(u) = \displaystyle\int_0^T [x^2(t) + 3u^2(t)]\,dt \to \min_{u(\cdot)\in R}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$-12(3+\sqrt{10}) \cdot \int_0^T u_{op}(t)dt - 8\sqrt{10},$$

где $u_{op}(\cdot)$ — оптимальное управление.

**3.2.**Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - 5u + 9, \quad x, u \in I\!R^1, \quad 0 \le t \le T = \dfrac{1}{3}\ln 3, \\ x(0) = 2, \\ L(u) = \displaystyle\int\limits_0^T [x^2(t) + 5u^2(t)]\, dt \to \min_{u(\cdot)\in R}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$23 \cdot x_{op}(T) - 5,$$

где $x_{op}(\cdot)$ — оптимальная траектория.

**3.3.**Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = -x - 3u, \quad x, u \in I\!R^1, \quad 0 \le t \le T = \dfrac{1}{2}\ln 2, \\ x(0) = 0, \quad x(T) = 3, \\ L(u) = \displaystyle\int\limits_0^T [x^2(t) + 3u^2(t)]\, dt \to \min_{u(\cdot)\in R}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$9 - 6 \cdot u_{op}(T),$$

где $u_{op}(\cdot)$ — оптимальное управление.

**4.1.** Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - u, \quad x, u \in I\!R^1, \quad 0 \le t \le T = \dfrac{1}{2}\ln 2, \\ x(0) = \dfrac{3}{4}, \quad x(T) = \dfrac{1}{4}, \\ u \in [-1, 1], \\ L(u) = \displaystyle\int\limits_0^T u^2(t)\, dt \to \min_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$93 + \int\limits_0^T (x_{op}(t) - u_{op}(t))\, dt,$$

где $x_{op}(\cdot)$ — оптимальная траектория, $u_{op}(\cdot)$ — оптимальное управление.

**4.2.**Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = -x - u, \quad x, u \in I\!R^1, \quad 0 \le t \le T = \ln 3, \\ x(0) = -1, \quad x(T) = 0, \\ u \in [-1, 1], \\ L(u) = \displaystyle\int\limits_0^T u^2(t)\, dt \to \min_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$84 \cdot L_{op} + 8,$$

где $L_{op}$ — оптимальное значение функционала.

**5.1.** Решив задачу оптимального управления методом динамического программирования

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ x(0) = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad x(T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ u \in U = S_5(0), \\ T \to \min\limits_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$3\cos 1 + 4\sin 1 - \int\limits_0^{\overline{T}} \bar{u}_2(t)\, dt + 25 \cdot V_1^{'}(x(0)) + 274,$$

где $\overline{T}$ — оптимальное время, $\bar{u}(\cdot) = (\bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot))$ — оптимальное управление, $V(x)$ — функция Беллмана.

**5.2.**Решив задачу оптимального управления методом динамического программирования

$$\begin{cases} \dot{x} = u; \quad x,\ u \in I\!R^2, \\ x(0) = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad x(T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ u \in U = S_5(0), \\ T \to \min\limits_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$3 - 9 \cdot \int\limits_0^{\overline{T}} \bar{u}_1(t)\, dt + 15\, ||V^{'}(x(0))||,$$

где $\overline{T}$ — оптимальное время, $\bar{u}(\cdot) = (\bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot))$ — оптимальное управление, $V(x)$ — функция Беллмана.

**5.3.**Решив задачу оптимального управления методом динамического программирования

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + u_2, \\ x(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x(T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ u \in U = S_1(0), \\ T \to \min\limits_{u(\cdot)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$11 \cos 2 - 44 \cdot \int\limits_0^{\overline{T}} \bar{x}_1(t)\, dt + V(x(0)),$$

где $\overline{T}$ — оптимальное время, $\bar{x}(\cdot) = (\bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot))$ — оптимальная траектория, $V(x)$ — функция Беллмана.